

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in  
Kaiserslautern**

**Semester:** Wintersemester 2012/2013

**Abschlussprüfung:** Mathe für W2

**Datum:** 18.12.2012

**Dauer:** 90 Minuten

**Prüfer:** Dr. Jens Siebel

**Aufgabe 1**

a) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \ln(x^2 + 4)$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ .

a1) Bestimmen Sie  $f''(x)$  (6 Punkte).

a2) Bestimmen Sie die Elastizität an der Stelle  $x_0 = 2$  (3 Punkte).

b) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{e^x}{x+4}$   $\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -4\}$ . Bestimmen Sie

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  mit der Regel von de l'Hôpital (3 Punkte).

**Aufgabe 2**

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$x + 2y + 3z = -57$$

$$y + z = -26$$

$$2x + z = 7$$

(9 Punkte)

b) Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwort an (je 1 Punkt):

b1) Die Matrizenmultiplikation  $A \cdot B$  kann nur durchgeführt werden, wenn

Zeilenanzahl von A = Spaltenanzahl von B.

Zeilenanzahl von B = Spaltenanzahl von A.

b2) Die Determinante einer dreizeiligen quadratischen Matrix kann man

nur mit dem Laplace'schen Entwicklungsansatz bestimmen.

mit dem Laplace'schen Entwicklungsansatz oder mit der Regel von Sarrus bestimmen.

b3) Die Inverse einer zweizeiligen quadratischen Matrix  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$   $\det A \neq 0$  ist:

$$\square \frac{1}{a \cdot d - c \cdot b} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

$$\square \frac{1}{a \cdot d - c \cdot b} \begin{pmatrix} -a & c \\ b & -d \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 3**

Über eine Funktion  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$   $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  sind nur die folgenden Informationen bekannt:

- $P_w(0|0)$  ist Wendepunkt.
- $P_{\min}(1|-2)$  ist Tiefpunkt (lokales, inneres Maximum).

a) Bestimmen Sie die Funktion, indem Sie  $a, b, c$  und  $d$  bestimmen (6 Punkte).

b) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich  $-2 \leq x \leq 2$  (Hinweis:  $P_{\max}(-1|2)$ ) (3 Punkte).

c) Bestimmen Sie die Tangentengleichung an der Stelle  $x_0 = 0$  (3 Punkte).

**Aufgabe 4**

Wir haben die Funktion  $f(x, y) = x^2 + (y-3)^2 + 1$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^2$ .

a) Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte (8 Punkte).

b) Zeichnen Sie die Niveaulinie zum Niveau  $\bar{z} = 10$  im Bereich  $x \in [-3; 3]$  (4 Punkte).

**Aufgabe 5**

Die folgende Tabelle zeigt für die ersten acht Vereine der Fußball-Bundesliga in der Saison 2011/2012 die erzielten Punkte sowie den Spielererstat.

Verein	Punktzahl <sup>1</sup>	Spielererstat <sup>2</sup>
Borussia Dortmund	81	41 Mio. €
Bayern München	73	100 Mio. €
Schalke 04	64	60 Mio. €
Borussia M'gladbach	60	27,5 Mio. €
Bayer 04 Leverkusen	54	40 Mio. €
VfB Stuttgart	53	50 Mio. €
Hannover 96	48	27 Mio. €
VfL Wolfsburg	44	48 Mio. €

Zeigen Sie, welche Art von Korrelation zwischen der erzielten Punktzahl und dem Spielererstat besteht (Hinweise: Durchschnittlicher Spielererstat: 49,1875 Mio. €, Varianz des Spielerersts: 476,8711). Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau (12 Punkte).

<sup>1</sup> Quelle: [www.bundesliga.de](http://www.bundesliga.de) (12.12.2012)

<sup>2</sup> Quelle: [www.sid.de](http://www.sid.de) (12.12.2012)