

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in  
Kaiserslautern**

**Semester:** Wintersemester 2012/2013

**Abschlussprüfung:** Mathe für W2

**Datum:** 18.12.2012

**Dauer:** 90 Minuten

**Prüfer:** Dr. Jens Siebel

**Aufgabe 1**

a) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \ln(x^2 + 4)$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ .

a1) Bestimmen Sie  $f'''(x)$  (6 Punkte).

a2) Bestimmen Sie die Elastizität an der Stelle  $x_0 = 2$  (3 Punkte).

b) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{e^x}{x+4}$   $\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -4\}$ . Bestimmen Sie

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  mit der Regel von de l'Hôpital (3 Punkte).

**Aufgabe 2**

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$x + 2 \cdot y + 3 \cdot z = -57$$

$$y + z = -26$$

$$2 \cdot x + z = 7$$

(9 Punkte)

b) Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwort an (je 1 Punkt):

b1) Die Matrizenmultiplikation  $A \cdot B$  kann nur durchgeführt werden, wenn

☐ Zeilenanzahl von A = Spaltenanzahl von B.

☐ Zeilenanzahl von B = Spaltenanzahl von A.

b2) Die Determinante einer dreizeiligen quadratischen Matrix kann man

☐ nur mit dem Laplace'schen Entwicklungsansatz bestimmen.

☐ mit dem Laplace'schen Entwicklungsansatz oder mit der Regel von Sarrus bestimmen.

b3) Die Inverse einer zweizeiligen quadratischen Matrix  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$   $\det A \neq 0$  ist:

☐  $\frac{1}{a \cdot d - c \cdot b} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ .

☐  $\frac{1}{a \cdot d - c \cdot b} \cdot \begin{pmatrix} -a & c \\ b & -d \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 3**

Über eine Funktion  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$   $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  sind nur die folgenden Informationen bekannt:

- $P_w(0|0)$  ist Wendepunkt.
- $P_{\min}(1|-2)$  ist Tiefpunkt (lokales, inneres Maximum).

a) Bestimmen Sie die Funktion, indem Sie  $a, b, c$  und  $d$  bestimmen (6 Punkte).

b) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich  $-2 \leq x \leq 2$  (Hinweis:  $P_{\max}(-1|2)$ ) (3 Punkte).

c) Bestimmen Sie die Tangentengleichung an der Stelle  $x_0 = 0$  (3 Punkte).

**Aufgabe 4**



Wir haben die Funktion  $f(x, y) = x^2 + (y-3)^2 + 1$   $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^2$ .

a) Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte (8 Punkte).

b) Zeichnen Sie die Niveaulinie zum Niveau  $\bar{z} = 10$  im Bereich  $x \in [-3; 3]$  (4 Punkte).

### Aufgabe 5

Die folgende Tabelle zeigt für die ersten acht Vereine der Fußball-Bundesliga in der Saison 2011/2012 die erzielten Punkte sowie den Spieleretat.

Verein	Punktzahl <sup>1</sup>	Spieleretat <sup>2</sup>
Borussia Dortmund 	81	41 Mio. €
Bayern München 	73	100 Mio. €
Schalke 04	64	60 Mio. €
Borussia M'gladbach	60	27,5 Mio. €
Bayer 04 Leverkusen	54	40 Mio. €
VfB Stuttgart	53	50 Mio. €
Hannover 96	48	27 Mio. €
VfL Wolfsburg	44	48 Mio. €

Zeigen Sie, welche Art von Korrelation zwischen der erzielten Punktzahl und dem Spieleretat besteht (Hinweise: Durchschnittlicher Spieleretat: 49,1875 Mio. €, Varianz des Spieleretats: 476,8711). Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau (12 Punkte).

<sup>1</sup> Quelle: [www.bundesliga.de](http://www.bundesliga.de) (12.12.2012)

<sup>2</sup> Quelle: [www.sid.de](http://www.sid.de) (12.12.2012)